**CAPITULO III**

**MODELACIÓN DINÁMICA DEL HPGR**

**3.1 Introducción**

La modelación dinámica del equipo de molienda HPGR constituye una familia de ecuaciones, expresada en tres submodelos definidos que logran predecir la capacidad de tratamiento, el consumo de energía específico y la granulometría del producto. Todos estos parámetros son calculados en base a las características operacionales del equipo y al tipo de mineral a ser tratado.

La base de la modelación llevada a cabo en el presente proyecto de investigación corresponde al trabajo realizado por O. Alarcón (2012), en donde se evidencia el efecto de la acumulación de material en la tolva de alimentación al equipo de molienda.

En el proyecto de investigación llevado a cabo se incluye la modelación dinámica basada en fenómenos físicos como: balances de masa generales, con lo que se demuestra que los flujos de material tratado por el molino son variantes en el tiempo y balances poblacionales con el fin de determinar la distribución granulométrica total del producto.

Se puso énfasis en la zona de compresión inter partículas, la cual fue discretizada en bloques horizontales con el objetivo de verificar el comportamiento dinámico de la densidad, parámetro influyente en el cálculo de la cantidad de material tratado por el equipo que determina la granulometría total del producto.

**3.2 Submodelos del HPGR**

**3.2.1 Modelo de la capacidad de tratamiento**

En el escalamiento de la capacidad de tratamiento de un molino de rodillos de alta presión se considera la región que va desde la descarga de partículas de la tolva de alimentación, hasta la zona de extrusión del material procesado. Los niveles de llenado de material en el molino varían de acuerdo a las condiciones cambiantes en el tiempo.

Realizando un balance de masa general se evidencia la variación de la masa total de partículas en función de los flujos de entrada y salida.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.1) |

Donde:



La carga interna de material en el sistema (tolva y zona de compresión) es dependiente de la cantidad de material procesado por los rodillos de diámetro  longitud  con una distancia entre los rodillos fijo y flotante que giran a una velocidad periférica de

Para obtener la expresión del flujo de descarga del material en función de las variables mencionadas anteriormente, es necesario el cálculo del centro de masa de la franja de material que se encuentra en la zona de compresión de capas inter partículas (Torres y Casali, 2009).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.2) |

Donde:



El ángulo del centro de masa  está en función de la densidad del centro de masa  del gap operacional  del diámetroy de la densidad aparente en la zona de extrusión  Esta última puede considerarse como el 85% de la densidad del sólido seco.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.3) |

Donde:



La variación de la densidad del centro de masa por bloque  es producto del balance de masa general aplicado en las en sección horizontal de la franja de material que se encuentra entre los rodillos, viene dada por la siguiente ecuación diferencial:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.4) |

Donde:



El volumen del bloque horizontal  se calcula mediante el producto del diferencial de área del bloque por la longitud de los rodillos 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.6) |

Donde:



Debido a la velocidad determinada de giro de los rodillos, la franja de material adquiere movimiento, descrito por la derivada del vector posición.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.7) |

Donde:



La primera derivada del vector posición (Torres y Casali, 2009), corresponde a:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.8)  (3.9) |

Donde:



En el HPGR en flujo de material circulante entre los rodillos es función de la velocidad periférica de los rodillos la variación de esta variable operacional sirve para controlar el material acumulado en el molino. El flujo másico de descarga en cualquier punto de la franja del material es determinado por la expresión:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.10) |

Donde:



El cálculo del área de la sección transversal perpendicular al flujo másico surge a partir de las siguientes ecuaciones:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.11)  (3.12) |

Donde:



**3.2.2 Modelo de potencia consumida y consumo de energía específico**

El HPGR opera en una condición de alimentación obstruida, en la que la presión aplicada únicamente se distribuye en el área proyectada de la mitad superior derecha del rodillo móvil como se evidencia en la Figura.

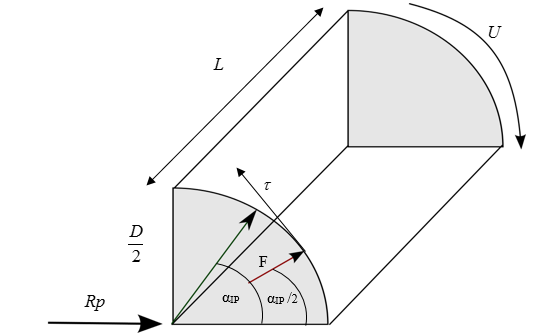


Figura 16 Área proyectada de la mitad superior derecha del rodillo

La Fuerza de compresión o fuerza de molienda se encuentra descrita de la siguiente manera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.13) |

Donde:



El valor de 100 corresponde al factor de transformación de la presión de operación en .

El accionar de la componente vertical produce un torque que es una reacción proveniente de la capa de material obstruido entre los rodillos, este fenómeno puede provocar inestabilidad operacional en el equipo, por lo tanto el HPGR cuenta con una reacción de torque que se describe a continuación:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.14) |

Donde:



En el cálculo del torque producido en cada rodillo se emplea el criterio para el ángulo de acción de fuerza en la zona de compresión, que corresponde a la mitad del ángulo de la zona de compresión inter partícula,  (Klymowsky et al., 2006).

El modelo para el cálculo de la potencia requerida para girar los rodillos está en función de la fuerza de compresión, del torque producido en cada rodillo y de su velocidad angular.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.15)  (3.16) |

Donde:



El consumo de energía específico del HPGR se determina mediante la división de la potencia consumida total  para la el flujo másico del material tratado.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.17) |

Donde:



**3.2.3 Modelo de granulometría del producto**

El flujo másico de la alimentación de material a la zona de rodillos tiende a sufrir una aceleración que depende de la velocidad periférica de los rodillos , en el HPGR existen dos zonas de ruptura: el prechancado, en donde los tamaños de material superior a un tamaño crítico  que se calcula mediante la ecuación 3.18, se someten a un proceso de fractura similar al que se realiza en un molino de rodillos fijos. La otra zona es el chancado, que se caracteriza por ser un mecanismo de fractura que depende de la presión a la que se encuentra sometido el material entre los rodillos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.18) |

Donde:



Estas zonas se encuentran delimitadas por el ángulo de compresión de partícula aislada y por el ángulo de compresión inter partícula , respectivamente. El ángulo de compresión inter partícula se calcula mediante la expresión:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.19) |

Donde:



La altura de la zona de chancado es función del ángulo de compresión inter partícula y del diámetro de los rodillos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.20) |

Donde:



* **Zona de compresión de partícula aislada (prechancado)**

En la zona de compresión de partícula aislada (prechancado), el flujo de material superior al tamaño crítico es fracturado por los rodillos, los mismos que atrapan las partículas y las aceleran de acuerdo a la velocidad de giro a la que se encuentre operando. Mediante el modelo de chancado propuesto por Whiten (Whiten, 1993) es posible modelar este suceso. Esta expresión matemática se encuentra descrita en función de un tamaño de partícula superior al espacio de entrada de alimentación a los rodillos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.21) |

La obtención de la granulometría correspondiente a los tamaños superiores ase obtiene mediante la multiplicación de la matriz función ruptura y las masas retenidas de las partículas de cada tamaño de clase.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.22) |

Donde:



La distribución de tamaño de producto en la zona del pre chancado conjuntamente con las partículas alimentadas que no fue necesaria su pre fractura corresponde a la alimentación de la siguiente etapa de fractura (chancado).

* **Zona de compresión inter partícula (chancado)**

La zona de compresión interpartícula o zona de chancado se encuentra delimitada por 0 y el ángulo se caracteriza por ser la segunda etapa de fractura, en donde la alimentación de material constituye las partículas provenientes de la etapa anterior (prechancado) en donde son reducidas a un tamaño inferior a (ver Ec. 3.18), en conjunto con las partículas alimentadas en la etapa anterior en donde no fue necesarias reducirlas de tamaño. Las partículas alimentadas se someten a un proceso de compresión de capas de partículas, dando como resultado la generación de microfracturas en el material que se encuentra en la zona a una cinética determinada.

A diferencia del modelo propuesto por O. Alarcón (2012) para la obtención de la cinética de molienda, la cual encuentra definida mediante un parámetro cinético propio de cada tamaño, en el presente trabajo de investigación el cálculo de la cinética de molienda de primer orden se lo realiza de una manera similar a una velocidad de reacción, basándose en la ecuación propuesta por Reid (1965) (ver Ec. 3.23), en donde se evidencia la influencia de un coeficiente de velocidad en la distribución granulométrica total del producto.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.23) |

El escalamiento de la cinética de molienda propuesto, está en función de una constante de velocidad o coeficiente de velocidad  y de la concentración de cada partrícula es decir:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.24) |

Donde:



La constante de velocidad de molienda es obtenida a partir de un problema de optimización, empleando los datos salida en estado estacionario del modelo propuesto por O. Alarcón (2012). Matemáticamente se traduce en la siguiente forma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.25) |
|  |  |  |

En la ecuación 3.25,  representa el balance poblacional (ver Ec. 3.23) en estado estacionario aplicado a la especie i. Cabe recalcar que por cada tamaño de partícula se tendrá una constante de velocidad. Sin embargo para obtener una expresión de la constante de velocidad en función de las características del equipo, específicamente de la potencia se emplea la siguiente expresión:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.26) |
|  |  |  |

Donde



En la expresión 3.26 de la constante de velocidad, el cálculo del factor preexponencial y de la potencia mínima necesaria se lo realiza a través de optimización cumpliendo con la siguiente función objetivo:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.27) |
|  |  |  |

Los variable  de la ecuación 3.27 representa los valores de obtenidos a través de optimización (ver Ec. 3.23). Es importante notar que cada constante de velocidad tendrá un valor específico para 

Además de la constante de velocidad, en el cálculo de la cinética de molienda de primer orden se encuentra la variable  que representa la cantidad de materia total que se encuentra en el bloque horizontal, siendo representada por la siguiente ecuación:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (3.28) |
|  |  |  |  |

Donde:



El volumen del bloque  se obtiene a través de la ecuación 3.6, con la variación los límites de integración (ver Ec. 3.30), en donde  constituye la altura de cada bloque horizontal, que corresponde a la altura total de la zona de chancado calculada mediante la expresión 3.20 dividida para el número de bloques  que se dividió la sección.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.29) |

Donde:



Finalmente, el balance poblacional es aplicado a cada tamaño de partícula con la objetivo de obtener la respuesta dinámica de la granulometría del producto total en la zona de compresión inter partícula, la misma que fue seccionada en bloques horizontales, resultado de la diszcretización propuesta como se muestra en la siguiente figura:

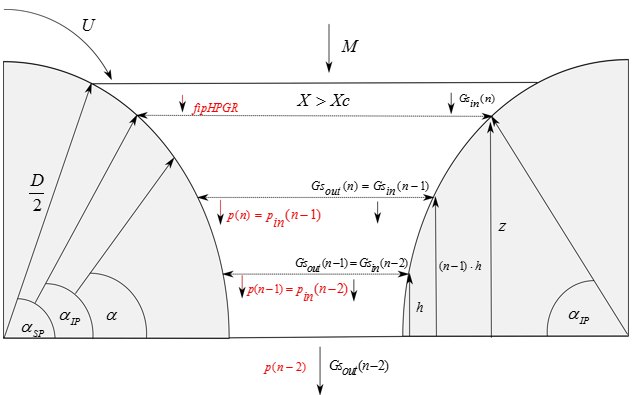


Figura 17 Discretización en bloques horizontales de la zona de chancado

El propósito de esta división es evidenciar la variación de la granulometría total por bloque. Matemáticamente el balance poblacional viene dado por la siguiente expresión:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.30) |
|  |  |

Donde:



La ecuación 3.23 consta de cuatro términos que constituyen respectivamente: el flujo entrada y de salida del monotamaño “i”, la formación del monotamaño “i” por microfracturas a partir del tamaño “j” y la generación de otras especies por microfractura del monotamaño “i”.

Cabe recalcar que el flujo másico de entrada al bloque siguiente de la zona de prechancado se calcula con una función directa (ver Ec.3.23). Los flujos restantes (entrantes  y salientes ) se calculan dinámicamente mediante la aplicación de la ecuación 3.10, cuyo cálculo se encuentra en función de la densidad del centro de masa por bloque 



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.31) |

Donde:



En el término que corresponde a la formación del monotamaño “i” por microfracturas a partir del tamaño “j” aparece el parámetro  que corresponde la selectividad de para formar  Austin y Luckie (1972), propusieron la solución para el parámetro , obteniendo lo siguiente:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.32) |

Donde:



La forma acumulada del parámetro  se convierte en la suma de las fracciones en peso del material hasta el tamaño generado a partir del tamaño . La obtención del parámetro se encuentra en función de, dependiendo de los monotamaños del material y de las siguientes restricciones:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.33)  (3.34)  (3.35) |

**3.3 Modelos adicionales en operaciones de circuito cerrado**

El equipo de molienda en condiciones de operación reales lo hace en circuito cerrado o con material recirculante en el sistema (figura 1). Con el objetivo de realizar un modelamiento que arroje datos cercanos a la realidad es necesario contar con modelos adicionales como el correspondiente a las tolvas y al harnero o clasificador de material por tamaño.

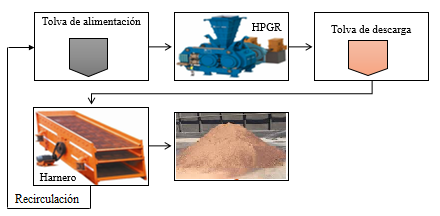


Figura 18 Circuito cerrado de molienda

**3.3.1 Modelo de tolvas**

Las tolvas son equipos cuyo objetivo es mantener un flujo de material continuo para el proceso de molienda. Su dinámica se basa en un balance de masa general en donde se consideran los flujos másicos de alimentación  y de descarga  del material tratado.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.36) |

Donde:



La estimación del flujo de descarga de material  es función de la cantidad de material que se encuentra en la tolva  multiplicado por un coeficiente de descarga 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.37) |

**3.3.1 Modelo del harnero**

El clasificador o harnero es un equipo que separa los compontes del material por tamaño de partículas con el objetivo de cumplir las especificaciones del proceso de molienda. El harnero consta de una malla que posee un reticulado que permite la descarga únicamente de material de igual o menor tamaño al orificio.

La base de la modelación dinámica del harnero fue propuesta por Karra (1979) en función de la eficiencia. Hace referencia que los tamaños de rocas pese a cumplir con un tamaño determinado no pasan por el harnero, debido a una obstrucción existente en el orificio del harnero de tamaño  o por el incumplimiento con las especificaciones de tamaño. El modelo de eficiencia para cada tamaño “i” se considera como:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.38) |

Donde:



De acuerdo a los estudios realizados por A. Casali (2009) el diámetro para el cual pasa el 50% de las partículas se estima de la siguiente manera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.39) |

Donde:



El flujo de rebalse de cada monotamaño en harnero viene dado por la siguiente expresión:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.40) |

Donde:



El flujo de descarga del harnero considera el flujo de alimentación y el flujo de rebalse para cada monotamaño.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.41) |

Donde:



La razón de recirculación  para la simulación de un circuito cerrado viene dada por el cociente entre el flujo de rebalse para cada monotamaño y el flujo de alimentación fresca al circuito 

.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.42) |

Finalmente es posible estimar la carga circulante de material  en el circuito mediante la ecuación:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3.43) |